

Урок № 59 Тема. Співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника

Мета: домогтися засвоєння учнями змісту правил знаходження невідомих сторін прямокутного трикутника, що випливають з означень тригонометричних функцій гострого кута; формувати вміння відтворювати зміст цих правил, а також застосовувати правила для знаходження невідомих сторін прямокутного трикутника. Закріплювати знання числових значень тригонометричних функцій кутів 30° , 45° , 60° , а також означення та властивостей тригонометричних функцій, вивчених на попередніх уроках.

Тип уроку: засвоєння вмінь та навичок.

Наочність та обладнання: конспект 23.

Хід уроку

I. Організаційний етап

II. Перевірка домашнього завдання

Самостійна робота

Варіант 1

$$\cos 30^\circ - \frac{\operatorname{tg} 60^\circ}{2}$$

1. Обчисліть:

$$\frac{\sin^2 x}{\operatorname{tg}^2 x} + \sin^2 x$$

2. Спростіть вираз

Варіант 2

$$\sin 30^\circ - \frac{\operatorname{tg} 45^\circ}{2}$$

1. Обчисліть:

2. Спростіть вираз $\cos^2 x \operatorname{tg}^2 x + \cos^2 x$.

Варіант 3

1. Обчисліть: $2\sqrt{3} \cdot (\sin 60^\circ - \operatorname{tg} 30^\circ)$.

$$\frac{1 - \cos^2 x}{\operatorname{tg}^2 x} + \sin^2 x$$

2. Спростіть вираз

Варіант 4

1. Обчисліть: $2\sqrt{3} \cdot (\operatorname{tg} 30^\circ - \cos 30^\circ)$.

$$\frac{1 - \sin^2 x}{\operatorname{ctg}^2 x} + \cos^2 x$$

2. Спростіть вираз

III. Формулювання мети і завдань уроку

Перш ніж сформулювати мету уроку, вчитель наводить відомі учням приклади співвідношень між величинами, записаних у вигляді формул, та нагадує про можливість математичного перетворення формул (тобто вираження з формул одних величин через інші). Найбільш тривіальний приклад — закон рівномірного прямолінійного руху: $s = vt$, з якого можна виразити кожен з величин, за допомогою яких цей закон записано. Проводячи аналогію з матеріалом, що вивчається на уроках геометрії, нескладно дійти висновку, що і для геометричних співвідношень можливо виразити одну величину через інші.

Отже, мета уроку — вивчення таких співвідношень між елементами прямокутного трикутника, які є наслідками перетворень відомих співвідношень у прямокутному трикутнику.

IV. Актуалізація опорних знань

Виконання усних вправ

1. Дайте означення синуса, косинуса і тангенса гострого кута прямокутного трикутника.
2. Доведіть основну тригонометричну тотожність.
3. Доведіть формули доповнення.
4. Назвіть значення тригонометричних функцій кутів 30° , 45° , 60° .
5. Опишіть розв'язування прямокутного трикутника:
 - а) за гіпотенузою і гострим кутом;
 - б) за катетом і гострим кутом;
 - в) за гіпотенузою і катетом;
 - г) за двома катетами.

$$\frac{a}{b} = \epsilon$$

6. Із рівності $\frac{a}{b} = \epsilon$ виразіть a , b . Прочитайте вихідну та здобуті рівності, використовуючи поняття «добуток», «відношення».

7. a , b — катети, c — гіпотенуза прямокутного трикутника. Порівняйте записи: $a = c \sin \alpha$, $b = c \cos \alpha$. Що в них спільного? Що відмінного? На який із цих записів більше схожий запис $b = c \sin \alpha$? Чому?

V. Засвоєння знань

План вивчення нового матеріалу

1. Правило знаходження катета, протилежного гострому куту прямокутного трикутника.
2. Правило знаходження катета, прилеглого до гострого кута прямокутного трикутника.
3. Правило знаходження гіпотенузи.
4. Приклади застосування.

@ Зміст матеріалу п. 21.1 нового підручника суттєво відрізняється від відповідного матеріалу попереднього підручника тим, що в ньому подано обґрунтування різних способів знаходження невідомих сторін прямокутного трикутника, а також описано загальну схему дій для знаходження сторони прямокутного трикутника із використанням означення тригонометричних функцій.

Роботу з вивчення нового матеріалу можна провести або за підручником, або запропонувавши учням виконати таке завдання:

1. Для трикутника рис. 1 запишіть у вигляді формул означення всіх тригонометричних функцій.

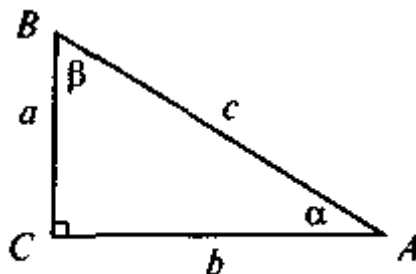
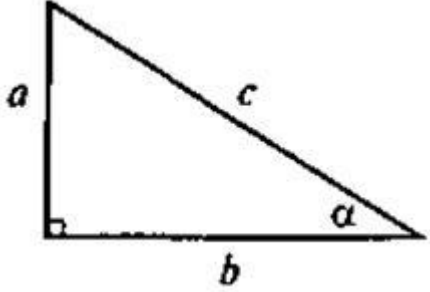
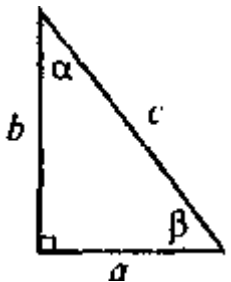
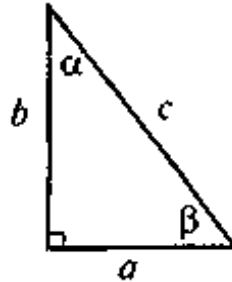
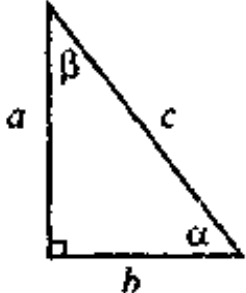
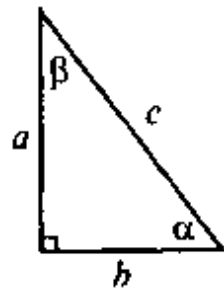


Рис. 1

2. Із кожної записаної рівності виразіть усі можливі сторони прямокутного трикутника.
3. Прочитайте здобуті рівності, використовуючи поняття «добуток», «відношення», та назви сторін прямокутного трикутника.
4. Порівняйте здобуті рівності, розбийте їх на групи за схожими елементами.
5. Узагальніть результати (для кожної з утворених груп скласти загальне правильно).

6. Порівняйте виведені правила з поданими в підручнику. Складіть конспект.

Конспект 23		
Знаходження невідомих сторін прямокутного трикутника. Розв'язування прямокутних трикутників		
Знаходження невідомих сторін прямокутного трикутника		
		
Шукана сторона	Правило знаходження	Формула
Протилежний катет	Катет, протилежний до кута α , дорівнює: <ul style="list-style-type: none"> • добутку гіпотенузи на $\sin \alpha$; • добутку прилеглого катета на $\operatorname{tg} \alpha$ 	$a = c \sin \alpha$ $a = b \operatorname{tg} \alpha$
Прилеглий катет	Катет, прилеглий до кута α , дорівнює: <ul style="list-style-type: none"> • добутку гіпотенузи на $\cos \alpha$; • відношенню протилежного катета до $\operatorname{tg} \alpha$ 	$b = c \cos \alpha$ $b = \frac{a}{\operatorname{tg} \alpha}$
Гіпотенуза	Гіпотенуза дорівнює: <ul style="list-style-type: none"> • відношенню протилежного катета до $\sin \alpha$; • відношенню прилеглого катета до $\cos \alpha$ 	$c = \frac{a}{\sin \alpha}$ $c = \frac{b}{\cos \alpha}$
Розв'язування прямокутних трикутників		
	$c = \sqrt{a^2 + b^2}$ $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ $\operatorname{tg} \beta = \frac{b}{a}$ $\alpha = 90^\circ - \beta$	
	$a = c \sin \alpha$ $b = c \cos \alpha$ $\beta = 90^\circ - \alpha$	
		$b = \sqrt{c^2 - a^2}$ $\cos \beta = \frac{a}{c}$ $\alpha = 90^\circ - \beta$ $c = \frac{a}{\sin \alpha}$ $b = c \cos \alpha$ $\beta = 90^\circ - \alpha$

VI. Формування первинних умінь
Виконання усних вправ

1. Як знайти гіпотенузу прямокутного трикутника, коли відомі катет і гострий кут?
2. Як знайти гострий кут прямокутного трикутника, коли відомі протилежний цьому куту катет і гіпотенуза?
3. Як знайти гострий кут прямокутного трикутника, коли відомі прилеглий до цього кута катет і гіпотенуза?
4. У прямокутному трикутнику KMN (рис. 2) відомі катет MN і кут K . Виразіть через них другий катет і гіпотенузу трикутника.

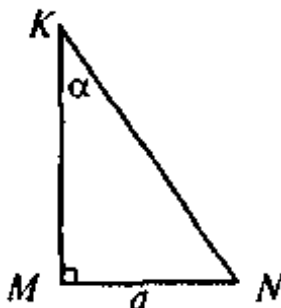


Рис. 2

Виконання письмових вправ

1. У прямокутному трикутнику катет завдовжки 7 см є прилеглим до кута 60° . Знайдіть гіпотенузу трикутника.
2. У прямокутному трикутнику гіпотенуза дорівнює 20 см, а синус одного з кутів — 0,6. Знайдіть катети трикутника.
3. Визначте невідомі сторони прямокутного трикутника ABC ($\angle C = 90^\circ$), якщо:
 - 1) $AB = c$, $\angle A = \alpha$; 2) $AC = b$, $\angle B = \beta$; 3) $BC = a$, $\angle B = \beta$.
4. За рис. 3 визначте довжини відрізків AD і CD .

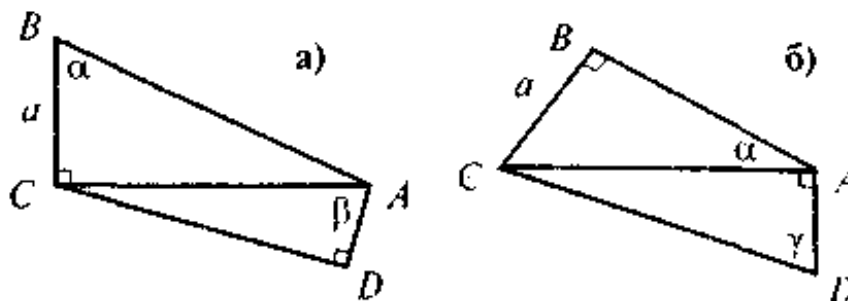


Рис. 3

5. У прямокутному трикутнику ABC (рис. 4) $AB = c$, $\angle BAC = \alpha$, $\angle KAC = \beta$. Знайдіть довжину відрізка BK .

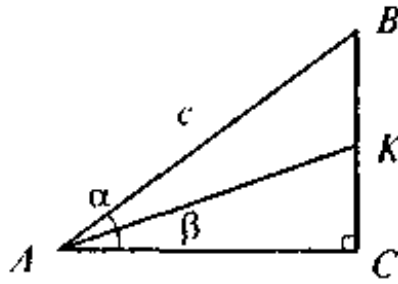


Рис. 4

6. Знайдіть бічну сторону рівнобедреного трикутника, якщо його основа дорівнює 24 см, а медіана, проведена до бічної сторони, дорівнює 30 см.

7. У рівнобічній трапеції діагональ дорівнює 17 см, а висота трапеції — 8 см. Знайдіть середню лінію трапеції.

8. Основа AD рівнобічної трапеції ABCD ділиться висотою BE на відрізки довжиною 5 см і 16 см, а довжина бічної сторони трапеції дорівнює 13 см. Знайдіть діагоналі трапеції.

9. Сторони трикутника дорівнюють 13 см, 14 см і 15 см. Знайдіть висоту трикутника, проведену до його середньої сторони.

@ Залежно від рівня інтелектуальної активності учнів, розв'язування запропонованих задач ведеться з використанням або правил знаходження невідомих сторін прямокутних трикутників (конспект 23), або з використанням схеми дій, описаної в підручнику. Проте за будь-якого способу розв'язання, пошук невідомої сторони трикутника слід починати з аналізу умови (що відоме, що — невідоме) і тільки після цього відтворювати відповідне твердження, щоб використати його для виконання обчислень.

VII. Підсумки уроку

Користуючись рисунком 5, визначте, які з даних тверджень правильні:

$$KN = \frac{MN}{\sin \alpha};$$

а) $KN = \frac{MN}{\sin \alpha};$

б) $MK = KN \sin \alpha;$

в) $KN = MN \operatorname{tg} \alpha;$

$$MN = \frac{KM}{\operatorname{ctg} \alpha}.$$

г) $MN = \frac{KM}{\operatorname{ctg} \alpha}.$

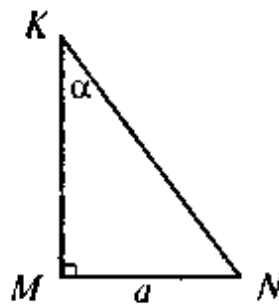


Рис. 5

VIII. Домашнє завдання

Вивчити зміст співвідношень між сторонами й кутами прямокутного трикутника.
Розв'язати задачу.

У прямокутному трикутнику гіпотенуза дорівнює 8 см, а один із катетів — $4\sqrt{2}$ см.
Знайдіть гострі кути трикутника.

Повторити властивості паралелограмів та трапецій.